



**Analyse autour du concept de « dérivée ».  
Lien entre les mathématiques et la physique  
chimie dans les programmes de  
l'enseignement secondaire en classe de  
première scientifique et terminale  
scientifique.  
Étude des conceptions d'élèves.**

## Introduction

J'ai décidé de faire une analyse autour du concept de « dérivée ». D'une part en faisant une étude des programmes où ce concept intervient. J'ai choisi les classes de première scientifique et de terminale scientifique en m'intéressant aux mathématiques et à la physique chimie. Pourquoi ce choix ? C'est parce qu'en étant professeur de sciences physiques, les élèves ont souvent montré des lacunes à l'application des mathématiques à la physique chimie au lycée. Ce qui peut-être dommage pour un bon apprentissage des sciences physiques. Je me suis restreinte au concept de « dérivée » qui intervient en physique lors de l'étude de la mécanique en classe de terminale scientifique. Bien sûr d'autres concepts de mathématiques sont utilisés lors de la physique chimie mais il a fallu faire un choix. D'autre part j'ai aussi fait une analyse des conceptions d'élèves autour du concept de « dérivée ».

Les questions auxquelles je vais essayer de répondre dans cette analyse sont :

Les programmes sont-ils adaptés à l'utilisation des mathématiques en physique chimie ?

Quel est le rôle du professeur dans la transposition interne dans une institution qui est la classe ?

Qu'en est-il des conceptions d'élèves autour de la « dérivée » dans deux matières différentes ?

Je tenterais de répondre à ces questions à l'aide de trois parties.

La première étant l'analyse des programmes officiels autour du concept « la dérivée ». La deuxième est l'étude de la transition mathématiques-physique autour du concept « la dérivée ». Et pour finir l'analyse des conceptions d'élèves sur la notion de « dérivée ».

# I Analyse des programmes officiels autour du concept « la dérivée ».

Dans cette partie le but est d'analyser les programmes de mathématiques et physique chimie des classes de première scientifique et de terminales scientifiques autour du concept de « dérivée ». Afin de faire une comparaison sur le savoir à enseigner dans deux matières différentes autour d'un même concept qui est le concept de « dérivée ». Je ne m'intéresse pas au programme de première scientifique pour la physique chimie car le concept de « dérivée » n'intervient pas.

Le but de cette partie étant de répondre aux questions suivantes :

Comment la dérivée est-elle introduite ?

A quels objets de savoir la dérivée est-elle liée ?

Quel formalisme est utilisé pour la définir ?

Quel formalisme est utilisé lors de son utilisation ?

## **1. La « dérivée » en classe de première S en mathématiques.**

En classe de première scientifique, d'après le programme officiel, *annexe 1*, la dérivée est une notion introduite lors d'une partie qui s'intitule « Dérivation ». Dérivation et dérivée font partie du même champ sémantique, il est alors facile de voir le lien entre dérivation et dérivée.

D'après le programme, différents objets de savoir sont liés au concept de « dérivée » :

-nombre dérivée d'une fonction en un point

-tangente à la courbe représentative d'une fonction dérivable en un point

-fonction dérivée

-dérivée des fonctions usuelles

-sens de variation d'une fonction

-signe de la dérivée

-extremum d'une fonction

Les objets cités ci-dessus font partis du contenu du programme. Et les capacités attendues de la part des élèves sont :

-Tracer une tangente connaissant le nombre dérivé.

-Calculer la dérivée de fonctions.

-Exploiter le sens de variation pour l'obtention d'inégalités.

Donc la dérivée est introduite lors d'une partie intitulée « Dérivation ». Le concept de « dérivée » est lié à plusieurs objets de savoir, que les élèves sont censés manipuler afin de pouvoir tracer une tangente, faire les calculs de dérivées et exploiter le sens de variation d'une fonction.

Un registre symbolique est utilisé pour la définition d'une fonction : «  $x \rightarrow$  ». Et la variable est citée de façon explicite et qui est «  $x$  ».

Cependant à aucun moment, une notation précise de la dérivée est imposée. Aucun formalisme n'est précisé. En effet, à part le registre langagier utilisé autour du concept comme :

-dérivée d'une fonction

-calcul de dérivée

-nombre dérivées

aucun registre symbolique n'est utilisé pour une écriture explicite de la dérivée.

Qu'en est-il en classe de terminale S ?

## **2. La « dérivée » en classe de terminale S en mathématiques.**

En classe de terminale S, la dérivée intervient dans une partie intitulée « Calculs de dérivées : compléments », *annexe 2*, mais aussi lors de l'étude de fonctions qui sont sinus, cosinus, exponentiel et logarithme, *annexe 3*. D'après le programme, il n'y a pas de rappel de ce qui a été vu

en classe de première S. Donc les capacités citées ci-dessus qui sont :

-Tracer une tangente connaissant le nombre dérivé.

-Calculer la dérivée de fonctions.

-Exploiter le sens de variation pour l'obtention d'inégalités.

sont considérées comme acquises par les élèves de terminale S.

En classe de terminale S, la dérivée est donc introduite comme la suite de ce qui été vu en classe de première scientifique.

Le concept de dérivée est lié à d'autres objets de savoir en complément avec les objets de savoir en classe de première scientifique. En effet, de nouvelles fonctions sont introduites telles que cosinus, sinus, logarithme, exponentielle. Cependant, il n'y a toujours pas de formalisme imposé par le programme, pour la notion de dérivée. Et même remarque que pour la classe de première S, seule la variable « x » fait parti du registre symbolique explicite lors de la dérivée.

Qu'en est-il en physique-chimie en classe de terminale S ?

### 3. La « dérivée » en classe de terminale S en physique chimie.

Dans la partie « Comprendre » et plus particulièrement en mécanique lors de la sous partie « Temps, mouvements et évolution », *annexe 4*, la dérivée apparaît de façon explicite dans les lois de Newton avec la formule :

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Les objets de savoir en lien avec la dérivée sont :

-le signe somme

-vecteur

-la quantité de mouvement

-force

-référentiel galiléen

-lois de Newton.

Donc, en plus de la présence de plusieurs objets de savoir en lien avec la dérivée, qui peuvent être des objets de savoir mathématiques ou physiques, un formalisme symbolique est de plus ici proposé avec « d / dt ». La variable est aussi explicite, c'est le temps « t ».

#### Conclusion :

En regardant les programmes de mathématiques et physiques-chimie, on peut conclure sur différents points :

- D'une part, par rapport aux objets de savoir. En effet les objets de savoir liés au concept de « dérivée » ne sont pas les mêmes pour les mathématiques de première et de terminale scientifiques. De plus, les objets de savoir ne sont pas les mêmes, en mathématiques et en physique chimie.
- D'autre part, les objets de savoir en lien avec la dérivée ne sont pas tous cités de façon explicites. En effet, les définitions de la vitesse et de l'accélération sont liées à la dérivée, cependant en lisant le programme de physique-chimie, la notion de « dérivée » n' apparaît pas de façon explicite dans la définitions de la vitesse et d'accélération. En effet la seule fois dans le programme de physique chimie où la dérivée apparaît de façon explicite c'est

lors des lois de Newton.

- De plus, le formalisme à utiliser n'est pas toujours indiqué.

Donc finalement, entre ce qui est explicite, et implicite autour de la dérivée, le formalisme utilisé autour de la dérivée qui n'est pas forcément imposé, des objets de savoir qui ne sont pas les mêmes, une question se pose : Comment le concept de « dérivée » s'articule-t-il entre deux matières différentes ?

Étant donné que la dérivée dans le programme de physique-chimie n'intervient qu'en mécanique, on ne s'intéressera qu'à la partie mécanique du programme.

## **II Étude de la transition mathématiques-physique autour du concept « la dérivée ».**

Le but de cette partie est de faire une analyse plus précise de la transition des mathématiques à la physique.

Autant, en comparant les programmes de mathématiques autour du concept « dérivée » il existe un lien entre la classe de première S et terminale S. En effet, le programme de terminale apparaît comme une suite de celui de première.

Autant en regardant le programme de physique-chimie, il n'y a qu'un « expert » qui peut deviner que la dérivée apparaît lors des lois de Newton, car à aucun moment dans l'extrait du programme, la dérivée n'est citée de façon explicite.

### **1. Notations :**

Le formalisme n'est pas indiqué en mathématiques, ce qui laisse au professeur le choix d'utiliser celui qu'il souhaite. En physique, le formalisme est imposé via la formule de la deuxième loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Il n'y a aucun commentaire dans les programmes sur le formalisme à utiliser en mathématiques, ni sur le fait d'utiliser oui ou non le même formalisme en mathématiques et en physique.

De plus, des variables différentes sont utilisées dans les deux matières. En effet en mathématiques, c'est la variable « x » et en physique c'est la variable « t ».

Donc en plus de notations différentes, le formalisme n'est pas forcément clair à utiliser. Qu'en est-il des objets de savoir ?

### **2. Objets de savoir liés à la dérivée :**

En mathématiques, la dérivée est reliée à différents objets de savoir mathématiques.

En physique, déjà qu'il n'est pas évident de voir que la dérivée est utilisé lors des lois de newton, d'autres objets de savoir mathématiques mais aussi de physiques sont reliés autour des lois de newton. Il y a :

-le signe somme

- vecteur
- la quantité de mouvement
- force
- référentiel galiléen
- lois de Newton

Donc, en plus de maîtriser la notion de « dérivée », l'élève doit en plus maîtriser les objets cités ci-dessus, ce qui peut complexifier l'utilisation de la dérivée lors de la deuxième loi de Newton.

### 3. Et au niveau du graphique ?

En mathématiques, la tangente est un objet de savoir lié à la dérivée.

En physique, dans le programme, rien n'est explicité au niveau du graphique, alors que pour les tracés des vecteurs position, des vecteurs vitesse et vecteur accélération, la tangente est un objet de savoir nécessaire.

#### Conclusion :

Aucun lien n'est fait sur la « dérivée » entre ces deux matières. La transition paraît alors assez rude des mathématiques à la physique. Si le lien n'est pas fait dans le savoir à enseigner donc par les programmes officiels, que se passe-t-il alors lors de la transposition interne du savoir à enseigner au savoir enseigné au sein d'une même institution qui est la classe ? Quel est le rôle du professeur dans la transposition interne ? Qui fait le lien ? Qui impose le formalisme ? Nous ne tenterons pas de répondre à ces questions dans la troisième partie. Ces questions pourront faire l'objet de recherches supplémentaires.

## III Analyse des conceptions d'élèves sur la notion de « dérivée ».

Le but de cette partie est d'analyser les conceptions des élèves.

L'enquête a été réalisée dans une classe de terminale scientifique, toutes spécialités confondues. La classe comporte 24 élèves dont un redoublant.

Une fois les élèves ont été soumis à l'enquête lors de l'accompagnement personnalisé, ils étaient 23 présents. Le mot « DERIVEE » fut écrit au tableau et la consigne était : « Écrivez tout ce qu'il vous passe par la tête par rapport au mot dérivée ». Les élèves ont joué le jeu malgré la réticence de certains sur le fait que cela ne servait à rien ou certains ont été bloqué du fait que le but de cette enquête n'a pas été donné. En effet le but de cette enquête ne pouvait pas être donné aux risques d'interférer sur la réflexion des élèves et donc sur leurs réponses.

Deuxièmement, les élèves furent le lendemain, mais cette fois-ci au début d'un cours de mathématiques soumis à la question suivante : « Écrivez tout ce qui vous passe par la tête mais sur la dérivée en mathématiques ». Cette fois-ci, les élèves étaient, en cours de mathématiques avec le professeur de mathématiques présent. Il y avait toujours un absent, donc 23 élèves étaient présents.

Un mois plus tard, les élèves ont été soumis en cours de physique à la question suivante : « Écrivez tout ce qui vous passe par la tête sur la dérivée en physique ». Il n'y avait aucun absent.

Donc l'enquête s'est déroulée en trois étapes avec à chaque fois un contexte différent.

Le choix de la date de la troisième étape, a été réfléchi. En effet, la troisième étape devait se dérouler, une fois que les élèves avaient commencé la mécanique en physique et donc utilisé la dérivée en physique.

A quels objets de savoir la dérivée est-elle liée ? Quel formalisme est utilisé pour la définir ? Quel

formalisme est utilisé lors de son utilisation ?

### 1. Première étape : Hors contexte.

Ci-dessous, sont répertoriés les résultats des élèves. Je les ai classés, en quatre catégories :  
 Les réponses en lien avec la « SVT », en lien avec les « mathématiques », en lien avec la « physique-chimie ». Et toutes les réponses n'appartenant pas à l'une de ces catégories sont classées dans « Autres ».

A coté de chaque réponse, est indiqué le nombre de fois que la réponse apparaît.

Tableau 1

SVT	Mathématiques	Physique chimie
-dérive des continent 8 -dérive génétique 9 -SVT 3	-dérivation 2 -fonction dérivée 5 -mathématiques 13 -droite de dérivation 1 -tableau de signe 2 -factorisation 1 -formules 6 -identités remarquables 1 -tableau de variation 2 -f'(x) 2 -fonctions 5 -cours de maths 1 -si f'(x) est croissante alors f(x) est positive 1 - $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ 1 -f(x) = 2x alors f'(x) = 2 1 -calcul 1 -croissante 1 -décroissante 1	-physique chimie 1 -physique 2 -synthétiser une molécule 1

Autres	
-changement 6 -continents 1 -dériver du droit chemin 1 -obtenir quelque chose à partir d'une chose 1 -dérive d'un fleuve 1 -dérive 1 -partir à la dérive 1 -dériver de son but 1	-verbe dériver 1 -un bateau qui dérive 1 -bateau 3 -produit dérivé 3 -changement de voie 1 -des lettres avec des apostrophes 1 -changer d'opinion 1 -façon de contourner un obstacle 1 -dépression 1

Plusieurs points sont à relever :

-Dans un contexte hors mathématiques, les élèves ont un champ très large de ce qu'est la « dérivée ».

-Le mot « dérivée » leur fait penser à beaucoup de choses et pas forcément des choses en lien avec les mathématiques.

-Contre toutes attentes, beaucoup d'élèves ont relié la « dérivée » à d'autres mots faisant partis du même champ sémantique, comme, « dérive », « dérivé », et « dériver ».

-Ils ont mis des réponses en lien avec des synonymes du mot « dérivée » comme changement, changer.

-Il y a une erreur : « si  $f'(x)$  est croissante alors  $f(x)$  est positive ».

-Un formalisme est précisé pour la notion de dérivée.

### Conclusion :

Les objets de savoir en lien avec le mot « dérivée » sont nombreux et pas forcément en lien avec les mathématiques.

Un registre langagier apparaît autour du mot « dérive », « dérivé » et « dériver ».

De plus un registre symbolique et langagier apparaît autour du mot « dérivée », ce qui signifie qu'un formalisme a été imposé en classe de mathématiques.

Le contexte paraît alors important, et a tendance à influencer sur les réponses des élèves. Il doit être alors indiquer ou être clair pour les élèves lors d'un cours.

D'où la même enquête mais dans un contexte précis.

Donc que donne la même enquête mais dans un contexte précis, qui est dans un cours de mathématiques ?

### 2. Deuxième étape : Contexte mathématique.

Les réponses données par les élèves au début d'un cours de mathématiques ont été répertoriées ci-dessous avec à coté de chaque réponse, le nombre de fois que cette réponse apparaît.

tableau 2

- $f(x) = \exp(x)$ , $f'(x) = \exp(x)$ 1 -calcul des dérivées 1 $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ 3 -fonctions 5 - $f'(x)$ 8 -signe de la dérivée 1 -fonction dérivée 6 -dérivation 1 -sens de variation d'une fonction 2 - $(x^2)' = 2x$ 1 -rapport 1 -calcul 2 -application 1 -tableau de variation 3	-tableau 1 -mathématiques 1 -formules 5 -on dérive les fonctions pour étudier le sens de leurs variations 1 -tableau de signe 5 -courbe décroissante/croissante 1 -dérivée croissante ou décroissante 2	- $\exp'(U) = U'\exp(U)$ 1 -tangente = $f'(a)(x-a) + f(a)$ 2 -équation de la tangente 1 -tangente 1 -utilité ? 1 -trigonométrie 1 -des formules avec des apostrophes 1 -quand $f'(x)$ est positif, $f(x)$ est croissante 1 - $x^2 = 2x$ 2 - $x = 1$ 1
--	---	--

Plusieurs points sont à relever :

-Dans un contexte précis, les élèves donnent des réponses plus précises en lien avec le contexte. Les objets de savoir donnés en lien avec les mathématiques sont nombreux. Il y a aussi des erreurs tels que : «  $x^2 = 2x$  », «  $x = 1$  ».

-Un registre langagier apparaît autour du mot dérivée, en effet : « courbe décroissante/croissante », « on dérive les fonctions pour étudier le sens de leurs variations ».

-Un registre symbolique apparaît aussi autour du mot dérivée, en effet : «  $f'(x)$  ». Dans cette expression, la variable est clairement explicite. De plus  $f'$  désigne la dérivée de la fonction  $f$ .

### Conclusion :

D'après le tableau, un formalisme a l'air d'avoir été imposé lors de la transposition interne en mathématique. Le professeur a donc fait un choix sur le formalisme à utiliser en mathématiques.

### 3. Troisième étape : contexte physique.

Les réponses données par les élèves au début d'un cours de physique sont répertoriées ci-dessous avec à côté de chaque réponse, le nombre de fois que cette réponse apparaît.

Tableau 3

<ul style="list-style-type: none"> <li>-mécanique 1</li> <li>-forces 1</li> <li>- <math>a =</math> dérivée de <math>v</math> 4</li> <li>-vecteur accélération 1</li> <li>-dérivée du temps 1</li> <li>- en physique il existe plusieurs sortes de dérivées contrairement aux mathématiques 1</li> <li>-lois de Newton 2</li> <li>-dérivée de la vitesse 1</li> <li>-vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position 1</li> <li>-vecteur accéléré est la dérivée du vecteur vitesse 1</li> <li>-dérivée vecteurs</li> <li>-deuxième loi de Newton 1</li> <li>-cinématique et dynamique newtoniennes 2</li> <li>-dosage pH-métrie 1</li> <li>-dosage 1</li> <li>-la dérivée peut-être utilisée en chimie pour les dosages 1</li> <li>-on utilise les formules de mathématiques 1</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-<math>f'(x)</math> 1</li> <li>-fonction 1</li> <li>-tableau de signe 1</li> <li>-tableau de variations 1</li> <li>-chapitre sur les forces 1</li> <li>- Dans un référentiel galiléen 3</li> </ul> $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>-la vitesse est la dérivée du vecteur position en fonction du temps 1</li> <li>-en physique on utilise la dérivée pour calculer les lois de Newton 1</li> <li>-référentiel 1</li> <li>-forces 2</li> <li>-masses 1</li> <li>-électricité 1</li> </ul>
--	---

Plusieurs points sont à relever :

-Dans un contexte physique, les élèves donnent des réponses en lien avec ce contexte. Cependant, il y a quand même des réponses en lien avec les mathématiques et la chimie.

-Le concept de « dérivée » apparaît dans la définition des objets tels que le vecteur vitesse et

le vecteur accélération mais aussi dans la deuxième loi de Newton.

-Un registre langagier apparaît autour du concept de « dérivée » pour le vecteur vitesse et le vecteur accélération. En effet : « le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position », « vecteur accéléré est la dérivée du vecteur vitesse », « en physique il existe plusieurs sortes de dérivées contrairement aux mathématiques », « dérivée de la vitesse », « la vitesse est la dérivée du vecteur position en fonction du temps », « en physique on utilise la dérivée pour calculer les lois de Newton », « dérivée de temps », «  $a =$  dérivée de  $v$  ».

-Pour le registre symbolique il apparaît une fois pour la deuxième loi de Newton  $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$   
Cependant un élève pour le registre symbolique a noté qu'il existe plusieurs sortes de dérivées : « en physique il existe plusieurs sortes de dérivées contrairement aux mathématiques » ce qui suppose que le professeur de physique chimie a donné plusieurs formalismes pour la notation de la dérivée.

-Aucune réponse en lien avec le tracé des vecteurs position, vitesse et accélération à l'aide de la tangente.

### Conclusion :

Le registre langagier est plus important en physique qu'en mathématique d'après les copies des élèves. Pour le registre symbolique il y a celui donné par la loi de Newton mais d'après un élève il y en a d'autres qui ont été utilisés.

### Synthèse :

Pour le formalisme, même s'il n'y a pas de formalisme imposé par le programme en mathématiques, le professeur de mathématique en a imposé un lors de la transposition interne. Pour la physique, le formalisme est imposé lors de la deuxième loi de Newton. Cependant ce n'est pas le même formalisme utilisé dans les deux matières. Une remarque à faire sur la copie d'un élève « en physique il existe plusieurs sortes de dérivées contrairement aux mathématiques », ceci est intéressant et suppose que le professeur de physique chimie a donné d'autres formalismes pendant ses cours.

De plus si dans les programmes de physique chimie le concept « dérivée » n'était jamais employé, apparemment le professeur a utilisé la dérivée pour définir le vecteur vitesse et accélération.

Des questions émergent :

- Ce choix de formalisme en mathématique est-il judicieux avec le programme de physique-chimie ?
- Est-il intéressant en physique chimie d'utiliser plusieurs formalismes différents ?
- Qui doit imposer le formalisme ?

Les réponses à ces questions ayant pour but de faciliter les élèves lors du passage du concept de « dérivée » d'une matière à une autre...

## **Annexes**

